ÁLGEBRA II (61.08 – 81.02)

Evaluación Integradora — Primer cuatrimestre – 2020
Duración: 90 minutos. — 3/II/21 – 13:00 hs.

Apellido y Nombres:

Padrón:

1. Sea $\left(\mathbb{R}^2, \langle\cdot,\cdot\rangle\right)$ el $\mathbb{R}$-espacio euclídeo respecto del cual el triángulo de vértices $\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ es un triángulo equilátero de área $\frac{\sqrt{3}}{4}$. Calcular la distancia del vector $\begin{bmatrix}3\\5\end{bmatrix}$ al subespacio gen $\left\{\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}\right\}$.

2. Sea $A = \begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & a & b\\ 0 & 0 & 3\end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$. Sabiendo que $\dim\left(\operatorname{nul}(A-3I)\right) = 2$, hallar todos los $Y_0 \in \mathbb{R}^3$ tales que la solución del problema de valores iniciales

$$\begin{cases} Y' = AY \\ Y(0) = Y_0 \end{cases}$$

satisface que $\lim\limits_{t\to+\infty} Y(t) = 0$.

3. Sea $T \in \mathcal{L}\left(\mathbb{R}^2\right)$ la transformación lineal definida por $T(x) := Ax$, donde $A = \begin{bmatrix}7 & 5\\ -1 & 5\end{bmatrix}$. Caracterizar geométricamente y graficar la imagen por T de la circunferencia unitaria $S_1 = \left\{x \in \mathbb{R}^2 : \|x\| = 1\right\}$.

4. Hallar el mínimo de $3x_1^2 + 8x_1x_2 + 9x_2^2$ sujeto a la restricción $x_1^2 + 3x_2^2 = 3$ y los vectores que lo realizan.